

VARIAÇÕES GOLDBERG de J.S.BACH - A Divina Proporção

Helena Jank

Universidade Estadual de Campinas
UNICAMP – SP – Brasil
hjank@iar.unicamp.br

Abstract

According to Johann Nicholas Forkel (1714-1788), Bach's first biographer, the work known as "Goldberg Variations" would have been commissioned by Count Hermann von Keiserlingk, at the time the Russian Ambassador in Dresden. Victim of some sort of ailment that would condemn him to prolonged nights of insomnia, Count Keiserlingk would have hired Johann Gottlieb Goldberg (bapt. 1727 – 1756), a young and extremely talented musician, to play the harpsichord for him during this moments of insomnia. If on one hand, choosing the form of variations, Bach answers the Count's desire to have a few pieces " ... soft and playful at the same time [...] that could be interrupted at any moment [...]" (Forkel, 1968: 92) on the other hand the composer presents an extremely complex work, through which he deals with a rigorously established structure and the freedom of form, in an ever evolving process that takes interpreter and listeners to the limit of technique, emotion and understanding of the whole compositional process. In this research we propose a quest for the Golden Cut in the organization of the work. On a forthcoming phase, these results will be compared to the elements of a sound analysis¹ to be developed with the support of computer science.

Keywords: J.A.Bach, *Goldberg Variations*, golden ratio.

A obra que compõe o volume IV dos "Exercícios para Teclado" (BWV 899) de Bach – universalmente conhecida como "Variações Goldberg" - vem acompanhada de uma série de informações interessantes a respeito das circunstâncias que a originaram. Segundo Johann Nicolas Forkel (1714-1788), primeiro biógrafo de Bach, a obra teria sido encomendada pelo Conde Hermann von Keiserlingk, na época embaixador russo em Dresden. Sofrendo de alguma doença que o condenava a longas noites de insônia, o Conde havia contratado Johann Gottlieb Goldberg (bat. 1727 – 1756), um jovem músico extremamente talentoso, que devia tocar o cravo para o Conde nos momentos

em que ele não podia dormir. Estas as circunstâncias que inspiraram, bem mais tarde, o título pelo qual a obra é hoje conhecida - uma homenagem ao jovem cravista! A remuneração recebida por Bach foi a mais generosa de toda a sua vida: um cálice de ouro maciço, recheado com 100 “Louis d’or” e a indicação para o honroso título de “Compositor da Corte do Principado e da Realeza da Saxônia”.

A ária, datada de 1725, encontra-se no “Pequeno Livro de Anna Magdalena Bach”. Com o carácter de uma Sarabanda, sua forma é absolutamente regular: divide-se em duas partes, com 16 compassos cada, estas por sua vez também divididas em duas partes. A autoria desta ária é atribuída a Bach, mas não há comprovação de sua autenticidade. Ao fim da obra, repete-se a ária, com a indicação: “Ária da Capo e Fine” (*A Ária como no início e Fim da peça*).

A peça está na tonalidade de sol maior, mas três variações estão em sol menor: as de números 15, 21 e 25.

A estrutura

As variações obedecem a uma estrutura muito bem definida:

- a) A clara divisão das 30 variações em duas partes, evidenciadas pela maneira como a Variação 15 termina (uma escala ascendente no agudo que termina de forma não conclusiva na terça), seguida de uma “Ouverture” à francesa (Var.16), que se configura como o início de uma segunda parte.
- b) A maneira como as 30 variações são rigorosamente organizadas em três diferentes tipos de módulos: 1 - da Variação 3 à 27, sempre de três em três, são cânones, em intervalos que aumentam progressivamente, desde o uníssono até a nona. Na variação que seria o cânon na décima, Bach transgride a regra, apresentando um “quodlibet” (*como queira*), recurso freqüentemente usado pela família Bach, que designa, sobretudo na Alemanha a partir do século XVI

[...] uma composição ou trecho musical ligeiro e com uma conotação de gracejo, em que trechos de melodias conhecidas e de apelo popular são combinados, ora em sucessão, ora em simultaneidade, com clara intenção humorística (Ribeiro, 2010: 6).

¹ The sound analysis will consider musical elements, such as : timing, duration of sound and silences, elements of rhetorica.

2 – variações interpretativas: começando com a var. n.4, também de 3 em 3, são bastante elaboradas e apresentam diversas formas de danças e peças de natureza expressiva. 3 – também de três em três, a partir da var. n. 5, as variações virtuosísticas apresentam diferentes recursos técnicos: deslocamentos dos apoios rítmicos, cruzamentos radicais das mãos, escalas, arpejos, alta velocidade digital; recursos que, segundo José Alexandre Ribeiro, levam o intérprete

[...] a trabalhar praticamente no limite de suas possibilidades técnicas e das possibilidades mecânico-tecnológicas do instrumento para que, tanto quanto possível, nada se perca do impacto ousadamente planejado pelo compositor [...] (Ribeiro, 2010: 6).

Estes três aspectos podem, através dos três principais elementos contidos na música (melodia, harmonia e ritmo) atuar sobre os três aspectos fundamentais da vida psíquica do ser humano: o pensar, com os canons (melodia), o sentir, com as variações interpretativas (harmonia) e o querer, com as variações virtuosísticas (ritmo).²

Na figura abaixo apresentamos a estrutura da obra, com seus principais aspectos: a organização das trinta variações em três grupos, sua identificação com o pensar, o sentir e o fazer, a divisão em duas partes e a divisão em quatro partes, limitadas pelas variações em modo menor.

² Para mais detalhes a este respeito, consultar: Jank, Helena, J.S.Bach, Variações Goldberg: um guia para a formação do homem completo.

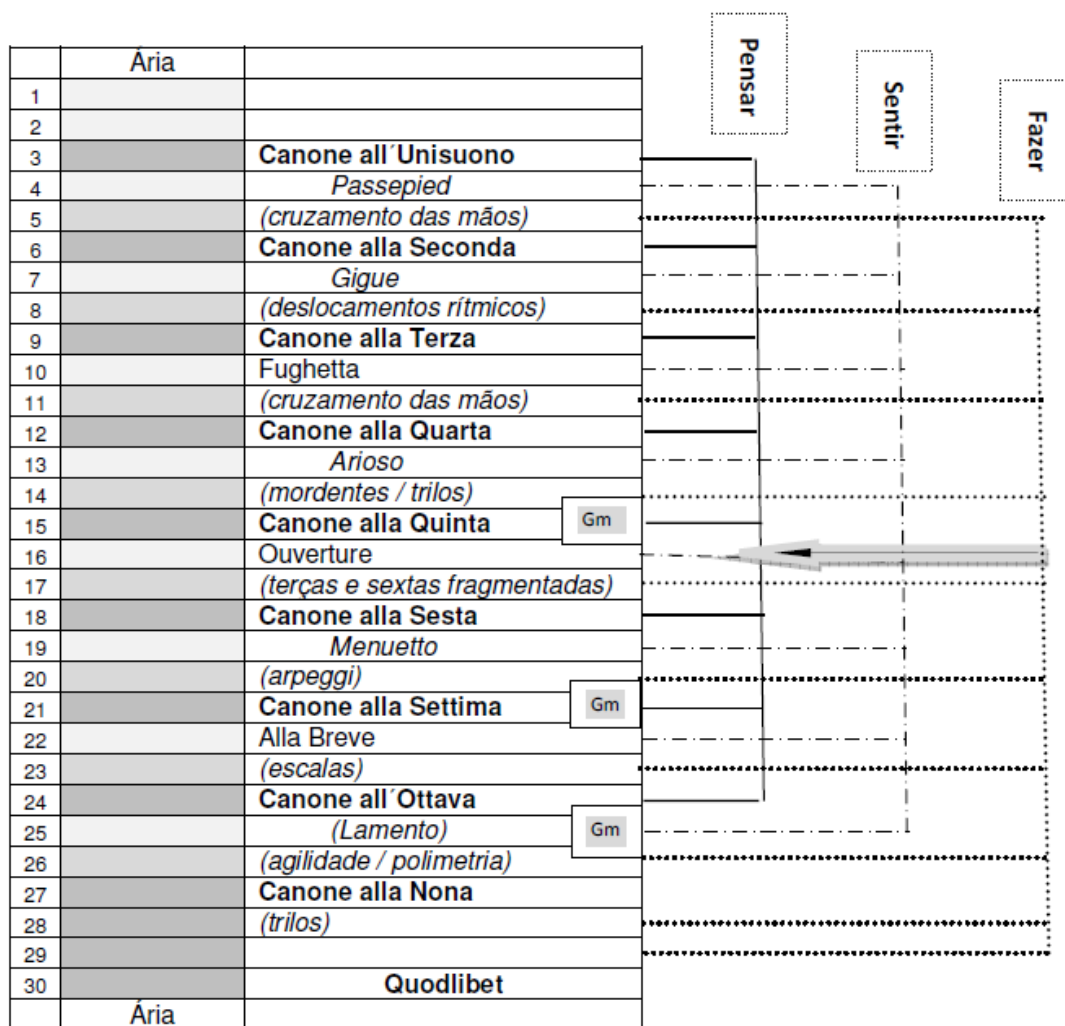


Figura 1: Estrutura - organização das variações.

Variações Goldberg e os números:

Identificados os elementos básicos, passamos a observar a estrutura da peça e a maneira como estes elementos estão organizados, estabelecendo uma relação com o significado filosófico atribuído aos números, desde a antiguidade:

1. A ária, repetida sem qualquer modificação após a última variação (*da capo e fine*), estabelece uma moldura, que dá unidade à peça.

2. A variação n. 16, do grupo das interpretativas, é identificada pelo próprio compositor como sendo uma *Ouverture*. A alusão inconfundível a um novo começo indica uma clara divisão da peça em duas partes, numericamente simétricas.

3. Observa-se, como já mencionado acima, a organização das variações em três grupos distintos que por sua vez aparecem em 10 segmentos, cada um deles formado por uma variação virtuosística, uma interpretativa e um Canon (nesta ordem).

4. As variações em modo menor dividem a peça em quatro partes assimétricas (var. 1 a 15, 16 a 20, 21 a 25 e 26 a 30).

Para Pitágoras e seus seguidores, já no século V a.C., os números representavam a ordem e harmonia universais. O número 1 era considerado a origem de todos os outros números, uni-dade e uni-verso ao mesmo tempo. Como unidade pode ser multiplicado um número infinito de vezes e como um todo pode ser dividido infinitamente. Geometricamente, era considerado o gerador de todas as dimensões. O 2 era o número da oposição, da opinião, da divisão. Encontra-se no conceito chinês de yin e yang, no claro-escuro, no masculino-feminino, no bem-mal - em todas as manifestações de polaridade. O 3 era considerado o número da harmonia, uma vez que contém em si a unidade e a divisão (o 1 e o 2), ou também por ser o primeiro número da série que tem princípio, meio e fim (diferente do 2, que não tem meio). O número 4, para os pitagóricos era o número da justiça e da ordem, da segurança e da estabilidade. Na natureza, temos as quatro estações do ano, os pontos cardeais, no ser humano os quatro temperamentos (já citados por Hipócrates, no século IV a.C.). Finalmente, a soma destes quatro números: $1+2+3+4=10$, o mais reverenciado de todos os números, pois unindo os números que representavam todas as dimensões, combinava também suas propriedades: de singularidade e universalidade (1), de polaridade (2), de harmonia (3) e de estabilidade (4). Era por isso o número universal, "... o guia da divindade, no que diz respeito à vida na terra" (Livio, 2002: 33)

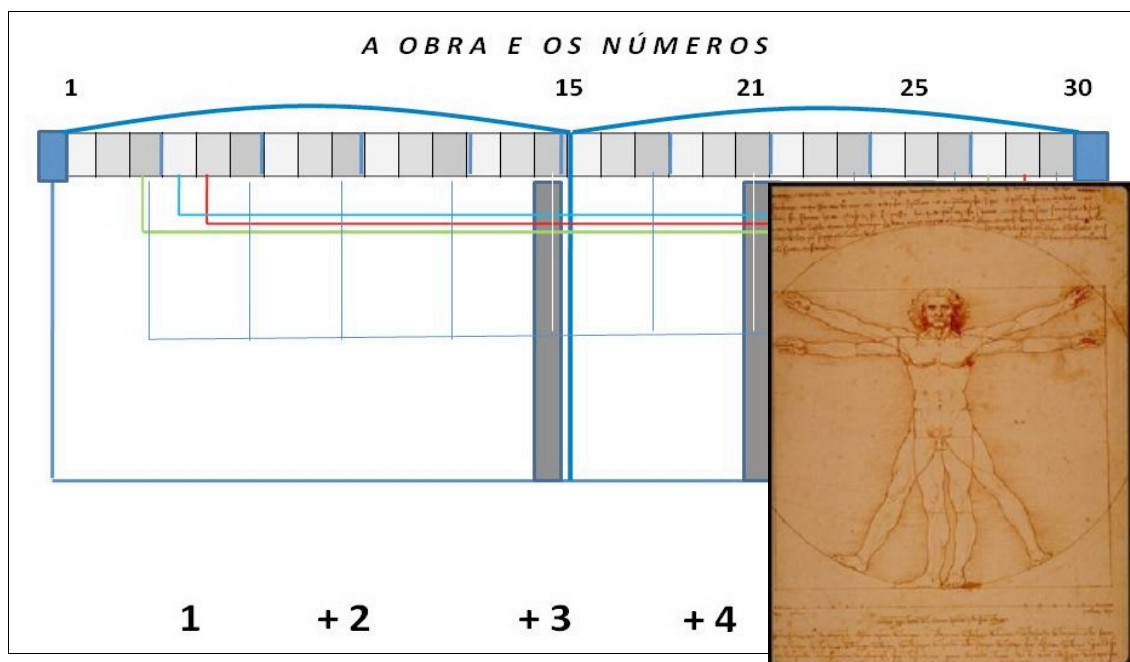


Figura 1: A obra e os números

Figura 3: da Vinci - Homem Vitruviano

Números e proporções:

A descoberta, atribuída a Pitágoras, das relações entre proporções matemáticas e as mais diversas manifestações universais é também uma das mais importantes contribuições à música. Em sua doutrina da *Música das Esferas* – mais tarde sustentada por Galileo e Kepler – Pitágoras defendia que os planetas produziam uma espécie de som etéreo, interagindo com as leis da movimentação planetária. Com relação a estas leis, Platão afirmava que Deus criou a alma humana como uma imagem espelhada desta alma universal e atribuiu aos seres humanos a capacidade de racionalizar, para que pudessem aspirar a imortalidade ao reconhecer as harmoniosas evoluções do Universo. Este pensamento continuou estimulando a reflexão por filósofos, artistas e cientistas no decorrer do tempo. Inúmeras obras de arte foram criadas com base neste princípio da procura por proporções perfeitamente harmoniosas.

Ainda no século V a.C., o escultor Polyclitus formulou uma teoria sobre as proporções do corpo humano, baseada em um sistema modular no qual todas as partes do corpo estariam naturalmente relacionadas entre si, em claras e bem definidas proporções. Esta teoria atraiu a atenção de Vitruvius, tratadista arquiteto (ca.80–70 a.C.- ca.15 a.C.) que demonstrou que, consideradas as proporções descritas por Polyclitus, o corpo humano se encaixa nas duas mais

perfeitas formas geométricas: o círculo e o quadrado. Estes estudos serviram de inspiração a Leonardo da Vinci, em meados do século XV da era cristã, na criação do seu famoso *Homem Vitruviano* (Fleming, 1995: 60).

A proporção áurea

A busca por estas “proporções perfeitamente harmoniosas” suscitou também a discussão em torno de valores estéticos, especialmente na observação de características geométricas comuns às grandes obras de arte, monumentos arquitetónicos e também elementos da natureza. O interesse por tais características existiu sempre, mas apenas no século XIX elas receberam o portentoso nome de Proporção Áurea (também Razão Áurea, ou Segmento Áureo).

Em relação à Proporção Áurea, Mario Livio define “proporção” da seguinte maneira:

No nosso dia a dia, usamos o termo ‘proporção’ com dois significados: um na comparação entre as partes de algum objeto, relativamente a seu tamanho ou quantidade; outro, quando queremos descrever uma relação harmoniosa entre as diferentes partes. Na matemática, o termo ‘proporção’ é usado para descrever uma equação tal como: nove está para três assim como seis está para dois. Veremos que a Proporção Áurea nos oferece uma intrigante mistura destas duas definições de tal maneira que, ao ser definida matematicamente, evidencia qualidades agradavelmente harmoniosas (Livio, 2002: 3)

Uma maneira simples de se identificar a Proporção Áurea já é descrita por Euclídeo de Alexandria, por volta de 300 a.C³:

Diz-se que uma linha reta foi seccionada em uma proporção perfeita e equilibrada quando a linha inteira está para o segmento maior assim como este está para o menor (Livio, 2002: 3)

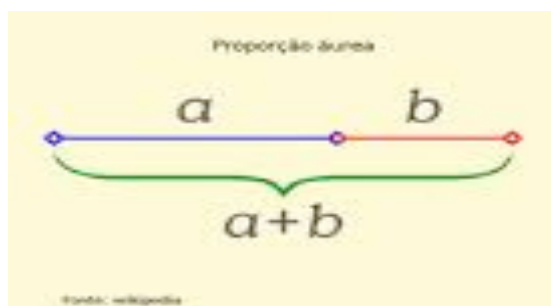


Figura 2. - a Proporção Áurea

Mais precisamente, o valor da Proporção Áurea – o número áureo – é 1.618339887, um número que não tem fim e não apresenta periodicidade, que não é nem um número inteiro nem uma fração proporcional a dois números inteiros (conhecida como *número racional*). Uma proporção que não pode ser expressa como uma fração (número racional) ou seja, que por mais que se tente não chegará a uma medida comum a todos os segmentos, é chamada *incomensurável*. Em matemática, portanto, a Proporção Áurea é um valor *irracional e incomensurável* (Livio, 2002: 35)

Um aprofundamento nos procedimentos matemáticos para a identificação e cálculo do número áureo não é a proposta deste trabalho, e nem de nossa competência. Consideramos que para a pesquisa em arte é suficiente conhecer a natureza dos números irracionais e, ao menos conceitualmente, a *série Fibonacci*⁴.

Na nossa análise, é importante compreender que os resultados serão sempre aproximados.

Huntley explica porque:

[...] Vimos que o *fi*⁵, em conformidade com sua característica de aparecer inesperadamente em locais estranhos, está relacionado com qualquer seqüência de inteiros formada de acordo com a lei segundo a qual cada termo é a soma dos dois termos anteriores, quaisquer que sejam os dois primeiros termos: $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$.¹ A razão de termos sucessivos aproxima-se cada vez mais de *fi*, a medida que *n* aumenta. Podemos tomar, como exemplo aleatório, 5 e 2 como termos iniciais, u_1 e u_2 dando a seqüência

5, 2, 7, 9, 16, 25 ... 280, 453, 733 ... 13.153, 21.282 ...

a partir da qual podemos determinar aproximações do *fi*

$$16 / 9 = 1,7777 \dots$$

$$453 / 280 = 1,6178 \dots$$

$$733 / 453 = 1,6181 \dots$$

$$21.282 / 13.153 = 1,61803 \dots$$

³ *Elementos Euclidianos* é o mais famoso tratado de matemática da antiguidade clássica. Sabe-se pouco sobre o autor, além do fato de ter vivido em Alexandria por volta de 300 A.C. Os assuntos principais desta obra são: geometria, proporções e teoria dos números.

⁴ Série Fibonacci.

⁵ **Phi (Φ)** – letra *fi* no alfabeto grego – é o símbolo que foi usado para representar o valor numérico do que conhecemos como *razão dourada* ou *proporção Divina*, pois os antigos achavam que este era um número predeterminado pelo Criador do Universo (1,618339887 ...).

Este processo nos leva cada vez mais próximos do valor de ϕ , que é $(1 + \sqrt{5})/2$. Este valor, até a sétima casa decimal, é 1,6180340. Alguns cálculos demonstram que as aproximações oscilam, sendo alternadamente maiores e menores que ϕ :

$$453/280 = 1,6178 \dots < \phi, \quad 733 / 453 = 1,6181 \dots > \phi$$

(Huntley, 1985: 55)

De modo inverso, se dividirmos o valor menor pelo maior, os resultados estarão todos próximos de 0,618, a recíproca da razão exata da secção áurea ($9/16 = 0,5625 \dots$; $280/453 = 0,6181 \dots$; $453/733 = 0,6180 \dots$; $13.153/21.282 = 0,6181 \dots$).

Variações Goldberg e a “Divina Proporção”

É fácil imaginar que em uma obra tão elaborada e cheia de significados como as Variações Goldberg de Bach - assim como na maioria das grandes obras de arte - em algum lugar se poderia identificar a Proporção Áurea. Como prevalece uma organização fortemente simétrica (duas metades numericamente iguais e todas as variações na forma binária A, A², B, B²) e como a Proporção Áurea supõe uma divisão assimétrica dos elementos, concentramos nossa análise no único elemento assimétrico: a posição das variações em modo menor (15, 21 e 25), que dividem a peça em quatro partes desiguais (1 - 15, 16 - 21, 22 - 25, 26 - 30). Todas as possibilidades foram identificadas e todas as distâncias comparadas entre si, calculando sua proporção com a divisão do valor menor pelo maior. Na figura abaixo apresentamos estas possibilidades:

PROPORÇÕES ENTRE AS PARTES

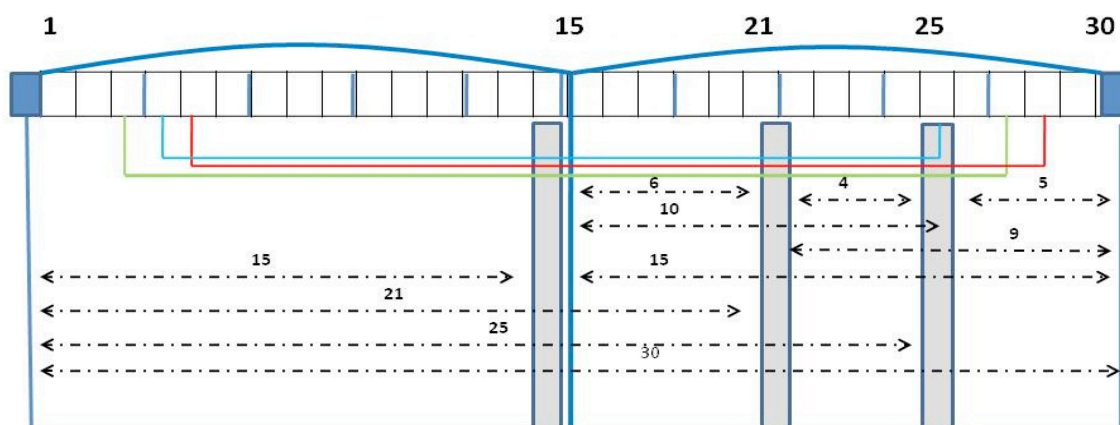


Figura 3: Proporções entre as partes

Para estabelecer a proporção, não foi considerada a numeração das variações, mas sim a distância (numérica) entre elas. Foram comparadas, portanto, as distâncias: 30, 25, 21, 15, 10, 9, 6, 5 e 4.

De todas as combinações, três tiveram resultados próximos à Proporção Áurea: a relação entre os conjuntos: [1 - 15 - 25]; [15 - 21 - 25] e [15 - 21 - 30], com os valores relativos à distância entre eles [10 - 15 - 25]; [4 - 6 - 10] e [6 - 9 - 15].

A DIVINA PROPORÇÃO

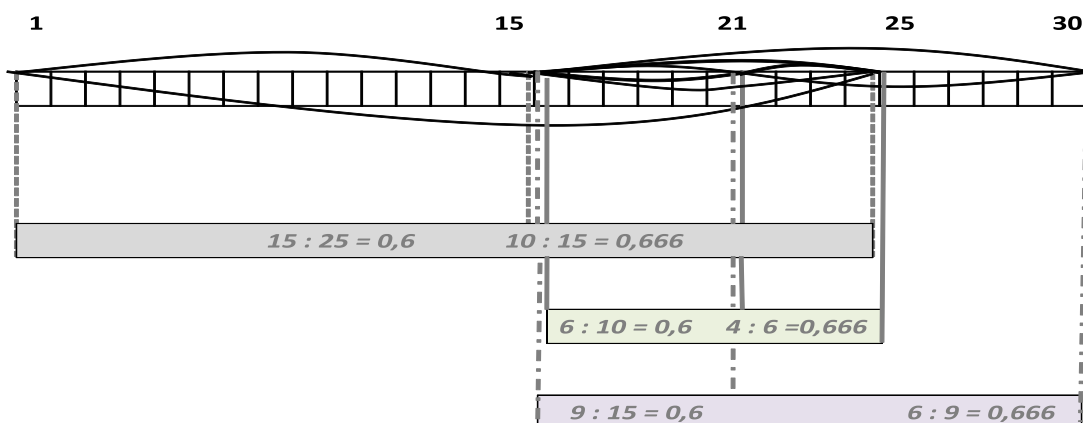


Figura 4: A Divina Proporção

Conclusão

Estes três conjuntos cobrem a obra toda, com uma grande concentração entre as variações 15 – 21 – 25, segmento do qual todos os três conjuntos participam. Para o intérprete, pode ser uma informação importante, à medida em que aponta para um aumento significativo de tensão nesta região central da obra. Pode indicar que inicialmente deve prevalecer um clima de tranquilidade, para que se possa desenvolver gradativamente um aumento de tensão até a variação 15, a primeira em modo menor, que determina o início da parte mais densa da obra, com seu ponto culminante entre a *Ouverture* (var. 16) e a variação 25, um *lamento* extremamente carregado nas harmonias e rico na expressão de afetos dramáticos. As 5 últimas variações, embora tecnicamente de grande impacto, dissolvem a tensão, para desembocar no “Quodlibet” (var.30), uma forma musical lúdica com a qual, segundo Forkel, a família Bach frequentemente encerrava suas reuniões familiares, em que cada pessoa cantava e improvisava o que mais lhe aprouvesse, acabando por divertir a todos (Forkel 1968: 92) Severa na forma, alegre e jocosa no conteúdo, esta variação é claramente uma transgressão à rigidez das variações anteriores, uma vez que pela estrutura, aqui seria o local de um cânone à décima. A volta a Ária completa o ciclo, dando unidade à obra, mas leva-nos também de volta ao ponto de partida, indicando um processo evolutivo que atua sobre a sensibilidade de todos os que tiveram contato com ela. A obra se encerra como um monumento ainda cheio de segredos e quem a contemplou percebe-se renovado pela ordem e harmonia do universo, com as quais esteve profundamente ligado.

Referências bibliográficas

Artmann, B. (05 de 03 de 2011). *Euclidian geometry*. Fonte: Brittanica online:
<http://www.britannica.com/EBchecked/topic/194901/Euclidean-geometry>
[acessado em 05/03/2011].

- Doczi, G. (1990). *O Poder dos Limites: Harmonias e Proporções na Natureza, Arte e Arquitetura*. (M. H. Bartolomei, Trad.) São Paulo, São Paulo, Brasil: Mercuryo Ltda.
- Fernandes, D. (s.d.). *série-de-fibonacci-e-o-número-de-ouro*, disponível em Slideshare.net: <http://www.slideshare.net/Naspereira/srie-de-fibonacci-e-o-numero-de-ouro> [acessado em 28/03/2011]
- Fitzpatrick, R.. Fonte: <http://farside.ph.utexas.edu/euclid.html> [acessado em 25/03/2011]
- Fleming, W. (1995). *Arts & Ideas*. New York: Harcourt Brace College Publishers.
- Forkel, J. (1968). *Über J.S. Bachs Leben, Kunst und Kunstwerke [1802]*. Kassel: Bärenreiter.
- Huntley, H. E. (1985). *A Divina Proporção: Um Ensaio sobre a Beleza na Matemática*. (L. C. Nunes, Trad.) Brasília: Ed. Universidade de Brasília.
- Jank, H. . J.S.Bach "Variações Goldberg": um guia para a formação do homem completo. *Tese de Doutorado*, Campinas, SP, Brasil. UNICAMP, 1988
- Livio, M. (2002). *The golden Ratio: the story of PHI, the world's most astonishing number*. New York - USA: Broadway Books.
- Ribeiro, J. A. (2010). Encarte de CD. *Johann Sebastian Bach: Variações "Goldberg" - Helena Jank (cravo)* . Campinas: Kalamata.

Notas biográficas

Helena Jank é docente colaboradora na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), responsável pela orientação de projetos em nível de Mestrado e Doutorado, nas áreas de Práticas Interpretativas e Musicologia Histórica. Sua pesquisa se concentra principalmente nas questões da retórica musical do período barroco. Tem se dedicado também à divulgação da música brasileira para cravo, resgatando o repertório do passado e estimulado a criação de novas obras para este instrumento.
